

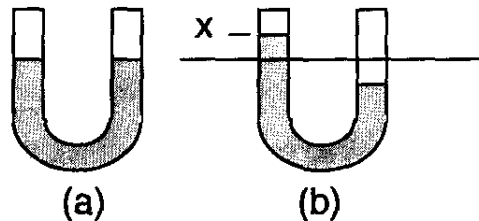
Tentamen *Mechanica*, 1 februari 2007, 13.00-16.00 uur

Maak elke opgave op een apart vel

Schrijf je naam en studentnummer op elk vel

$$\text{Cijfer} = \Sigma(\text{punten})/3$$

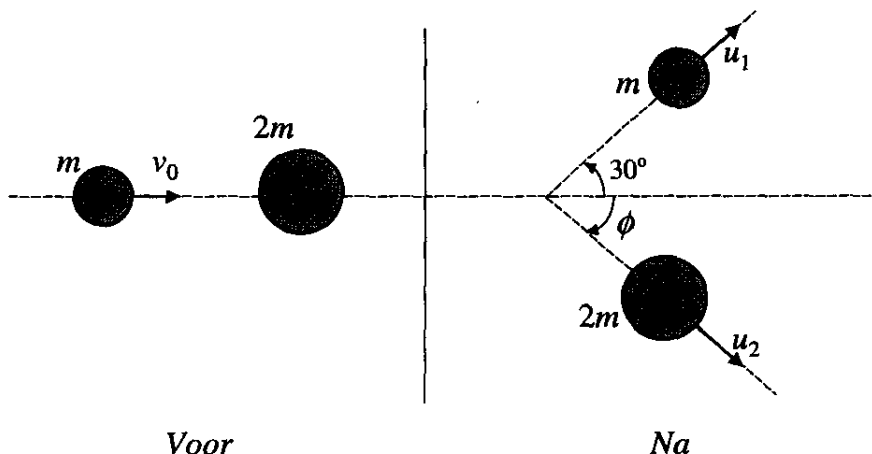
Opgave 1: Oscillaties in een U-buis



Beschouw een U-buis met twee open benen waarin een vloeistof met dichtheid ρ staat (Figuur a). De oppervlakte van de doorsnede van de buis is A ; het totale volume aan vloeistof is V . De benen van de U-buis staan verticaal, de zwaartekracht is verticaal naar onder gericht. In evenwicht staat de vloeistof in beide benen even hoog. Als we, bijvoorbeeld door blazen, de vloeistof in één van de benen hoger brengen dan in het andere (Figuur b), zal (als we ophouden met blazen) een oscillatie ontstaan van de vloeistofspiegel in elk der benen. In eerste instantie verwaarlozen we wrijving.

- 2p a) Druk de potentiële energie van de vloeistof uit in termen van de zwaartekrachtsversnelling g , de bovengegeven grootheden en de uitwijking x uit de evenwichtstand.
 - 2p b) Druk de kinetische energie uit in termen van de gegeven grootheden en dx/dt .
 - 3p c) Laat zien dat uit energiebehoud volgt dat de grootte x een harmonische oscillatie uitvoert. Geef de natuurlijke frekwentie ω_0 van deze oscillatie.
- Neem nu aan dat we de buis periodiek aanblazen volgens een sinus-functie met een frekwentie ω .
- 2p d) Schets in een grafiek hoe de amplitudo van de resulterende oscillatie afhangt van ω . Doe dit ook voor het faseverschil van de oscillatie met de aandrijving. Laat in beide grafieken duidelijk zien waar ω_0 ligt langs de horizontale as.
 - 1p e) Laat ook zien hoe de figuren veranderen als we wrijving (viscositeit) meenemen.

Opgave 2: Elastische botsing

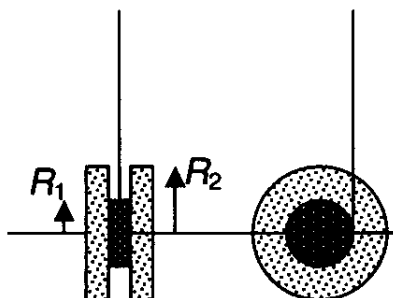


Biljartbal 1 met massa m botst met een snelheid v_0 tegen een stilliggende biljartbal 2 met massa $2m$ (gezien vanuit het laboratorium stelsel). Na de botsing heeft biljartbal 1 een snelheid u_1 en maakt een hoek van 30° met de oorspronkelijke bewegingsrichting. Biljartbal 2 heeft een snelheid u_2 en maakt een hoek ϕ met de oorspronkelijke bewegingsrichting. De botsing kan als puur elastisch worden verondersteld.

- 2p a) Welke behoudswetten gelden er? Schrijf ze uit in termen van m , v_0 , u_1 , u_2 en ϕ .
- 4p b) Bepaal u_1 en u_2 als functie van v_0 .
- 1p c) Bepaal ϕ .
- 1p d) Bepaal de snelheid van het zwaartepunt van het systeem van de twee biljartballen.
- 2p e) Bepaal de hoek die biljartbal 1 maakt met de oorspronkelijke bewegingsrichting gemeten in het zwaartepuntstelsel.

Opgave 3: Jojo

Een jojo bestaat uit een kleine cylinder, met straal R_1 en massa m_1 , begrensd door twee grotere cylinders, elk met straal R_2 en massa m_2 (zie figuur voor voor- en zij-aanzicht). De cylinders hebben een uniforme dichtheid en hebben dezelfde as. Om de kleine cylinder zit een koord gewikkeld, waarlangs de jojo naar beneden rolt. Neem aan dat het koord geen massa heeft en dat de rol slipvrij is. Het afgerolde deel van het koord is steeds verticaal gericht, evenwijdig aan de zwaartekrachtsversnelling g .



- 2p a) Wat is het relevante traagheidsmoment in dit probleem? (De gyratiestraal voor een enkele uniforme cylinder met straal R is $R/\sqrt{2}$.)
- 1p b) Geef aan welke krachten op de jojo werken en waar ze aangrijpen.
- 2p c) Geef de bewegingsvergelijkingen voor de versnelling en de hoekversnelling.
- 3p d) Vindt uit de bewegingsvergelijkingen de positie en hoeksnelheid van de jojo als functie van de tijd na het moment waarop de valbeweging begint.
- 2p e) Op een bepaald moment is het koord geheel afgerold, waarna het weer begint op te rollen en de jojo weer naar boven gaat. Neem aan dat bij het "terugstuitten" tegen het einde van het koord 10% van de energie verloren gaat. Druk de maximale hoogte waarop de jojo terugkomt uit in de totale lengte L van het koord. Hoe vaak gaat de jojo op en neer voor de hoogte is gereduceerd tot $0.1L$?